# Активизация учебной деятельности школьников

## Тема: Математические фокусы

**Кирсанов С.Г.**

**группа ММ-157**

# Математические фокусы:

## Список фокусов для демонстрации.

(на разогрев простые фокусы)

1 Фокусник: *«Задумайте число, умножьте его на 7, прибавьте 28, разделите на 7, отнимите задуманное число! Получили 4.»*

Можно чуть запутаннее:
*«Задумайте число, умножьте его на 2, умножьте ещё на 3, прибавьте 5, и ещё прибавьте 7, разделите на 6, отнимите задуманное число! Получили 2.»*

2 Четыре участника:

Первый загадывает трёхзначное число, записывает его на своём листочке бумаги и на листочке второго, передаёт его второму.

Второй на своём листочке умножает число на 13, записывает результат на листочке третьего и возвращает ему его листочек.

Третий на своём листочке умножает число на 7, результат записывает четвёртому на его листок.

Четвёртый умножает число на 11, а результат записывает на листке фокусника. Фокусник, едва взглянув на записанный результат, называет загаданное число.

3 Быстрое устное возведение в квадрат двухзначных чисел, кратных 5. Добровольцы с места называют фокуснику двухзначные числа, а тот их, почти не думая, возводит в квадрат.

(по серьёзнее)

4 Фокусник вызывает к доске одного добровольца, записывает на доске шестизначное число (знаков, чем больше, тем эффектнее фокус, но тем труднее будет добровольцу считать). Просит его цифру под цифрой ниже записать своё число из стольки же цифр. Затем цифру под цифрой пишет своё число. Снова просит добровольца подписать новое своё число и снова сам пишет новое своё число. (Можно поступить ещё раз так же.) После этого фокусник слева ставит знак «+», подводит результирующую черту и, быстро пробегая глазами по столбцам цифр, почти не думая, записывает ответ. Всем понятно, что фокусник не обладает уникальными математическими способностями, а ответ он записывает, пользуясь секретом, неведомым остальным.

5 Фокусник просит нескольких добровольцев загадать каждому число в диапазоне от 6 до 60 и назвать ему остатки от деления своего числа на 3, на 4, на 5. После каждой тройки остатков фокусник, немножко подумав, называет исходное число.

6 Быстрое устное извлечение кубических корней (взглянув на куб двухзначного числа, фокусник легко называет число, которое было возведено в куб).

(гвоздь программы)

7 Фокусник приглашает добровольца к доске, предлагает ему на выбор одну из случайно оказавшихся в кармане купюр, просит выписать номер купюры на доску (купюру забирает), составить несколько чисел переставив местами цифры номера купюры (каждый раз используя все цифры номера), сложить их, выбрать из полученного результата любую (кроме «0») цифру, обвести её кружочком и назвать ему все остальные в любом порядке. Выслушав добровольца фокусник легко угадывает, какое число загадал доброволец.

7' Вариация на фокус №7. Составить из цифр номера любое число, подписать ниже любое своё, перемножить их, выбрать из результата любую (кроме «0») цифру… Далее всё, как в №7.

7'' Всё так же, как в №7, только купюра от добровольца. Незаметная для других особенность в том, что фокуснику важно знать, сколько слагаемых записал на доске доброволец. Остальное всё точно так же, как в №7.

8 Фокусник просит добровольца загадать любое натуральное число, умножить его на 9, прибавить свой возраст (в годах) и сообщить все цифры результата в любом порядке. Немножко поразмыслив, фокусник называет возраст добровольца.

(десерт)

9 Фокусник просит добровольца загадать двухзначное число в диапазоне от 0 до 50 такое, чтобы обе цифры его были нечётные и неравны друг другу. Сообщает всем, что он сделает две попытки, чтобы угадать загаданное число. (И как правило отгадывает.)

Возможное продолжение, вторая часть этого фокуса (необязательное): Фокусник просит добровольца загадать двухзначное число в диапазоне от 50 до 100 такое, чтобы обе цифры его были теперь уже чётные и неравны друг другу. И опять делает две попытки, чтобы угадать загаданное число.

# Секреты фокусов.

(по возможности без приведения доказательств)

1 Если задуманное число обозначить как «х», то всё становится очень понятно.

В первом случае результаты действий выглядят так:

$x$; $x \cdot 7=7x$; $7x + 28=7(x+4)$; $7(x+4)/7=x+4$; $x+4 - x=4$.

Во втором случае так:

$x$; $x \cdot 2=2x$; $2x \cdot 3=6x$; $6x + 5=6x+5$; $6x+5 + 7=6x+12=6(x+2)$; $6(x+2)/6=x+2$; $x+2 - x=2$.

Конечно, сообразительные сами смогут догадаться, как делается фокус.

2 Трёхзначное число в итоге будет умножено на 13•7•11=1001. если мы умножим трёхзначное число abc на 1001, то получится число: abcabc. Такое разделение действий среди четырёх добровольцев даёт возможность сделать так, чтобы всю «картину» целиком никто не увидел. Конечно, сообразительные сами всё пойму и без раскрытия секрета.

3 Двухзначные числа, кратные 5, могут заканчиваться либо на «0», либо на «5». Если двухзначное число заканчивается на «0», то здесь всё понятно и так. Если заканчивается на «5», то фокусник количество десятков умножает в уме на число на 1 большее этого количества и к результату приписывает «25». Например: $25^2 \rightarrow$ $2 \cdot (2+1)=2 \cdot 3=6 \rightarrow 6+$«25» $\rightarrow 625 \Rightarrow 25^2=625$

$65^2=\ldots \rightarrow 6 \cdot 7=42 +$ «25» $\ldots=4225$ и т.д.

4 Фокусник записал шестизначное число. Те числа, которые он подписывает вслед за добровольцем в сумме с предыдущим числом (числом добровольца) должно составлять 999999. Допустим, на доске таких пар оказалось 3. Тогда, записывая результат, фокусник пишет «3» в разряде миллионов, дальше переписывает своё первое число без изменений кроме последней цифры, а последнюю цифру уменьшает на 3.

Здесь уместно пожелание: последняя цифра должна быть достаточно большой — для нашего допущения она должна быть не меньше «3».

5 Обозначим остатки от деления числа на 3, 4, 5 как A, B, C. Фокусник в уме проводит такие вычисления: $40 \cdot A+45 \cdot B+36 \cdot C$, а затем находит остаток от деления результата на 60. Если остаток от такого деления равен 0, то число загадано «60».

6 Чтобы быстро извлекать кубические корни, нужно запомнить (зазубрить) две вещи.

| N | 3-я степень | Последняя цифра |
|---|---|---|

1. Нужно запомнить кубы первой десятки чисел.

2. Нужно запомнить соответствие между числом N и последней цифрой куба.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $1^3$ = | 1 | 1 = N |
| 2 | $2^3$ = | 8 | 8 = 10 – N |
| 3 | $3^3$ = | 27 | 7 = 10 – N |
| 4 | $4^3$ = | 64 | 4 = N |
| 5 | $5^3$ = | 125 | 5 = N |
| 6 | $6^3$ = | 216 | 6 = N |
| 7 | $7^3$ = | 343 | 3 = 10 – N |
| 8 | $8^3$ = | 512 | 2 = 10 – N |
| 9 | $9^3$ = | 729 | 9 = N |
| 10 | $10^3$= | 1000 | 0 = N |

Первая цифра загаданного добровольцем числа (количество десятков) определяется сравнением числа тысяч в результате (результат без последних трёх цифр) с запомненными нами кубами: между каким и каким кубом лежит число тысяч результата? — Нижняя граница диапазона даст нам число N, которое является первой цифрой корня.

Вторую цифру мы определим из правила соответствия последней цифры корня и последней цифры результата.

Пример: $87^3 = 658503$.

Число тысяч «658»; 512<658<729; нижняя граница = 512; $512 = 8^3$; следовательно, первая цифра корня — «8».

Последняя цифра результата «3»; 10 – 3 = 7; последняя цифра корня — «7».

Итог: корень равен «87».

7 Чтобы разобраться в фокусах №№ 7-8, необходимо знать и уметь находить цифровой корень любого числа.

Если мы сложим все цифры какого-либо числа, затем все цифры найденной суммы и будем повторять это много раз, мы, наконец, получим однозначное число (цифру), называемое цифровым корнем данного числа.

Например, цифровой корень числа 34697 равен 2. То есть 3+4+6+9+7=29; 2+9=11; 1+1=2.

Легко убедиться, что цифровой корень имеет периодичность 9. Так же легко убедиться, что цифровой корень числа равен остатку от деления числа на 9 за исключением того, что, когда цифровой корень равен 9, остаток от деления числа на 9 равен 0. Но из представленного выше примера видно, что цифровой корень равный 0 и цифровой корень равный 9, по сути одно и то же.

Свойства цифрового корня:

1. Цифровой корень суммы слагаемых равен цифровому корню суммы цифровых корней слагаемых.

2. Цифровой корень произведения множителей равен цифровому корню произведения цифровых корней множителей.

Секрет ещё заключается в том, что цифровые корни номеров купюр, которые предлагает фокусник, равны нулю. А значит, фокусник может, даже не взглянув на доску и поинтересовавшись у добровольца, сколько чисел он составил, заранее знает, что цифровой корень результата равен «9» (или то же самое «равен нулю»). Далее доброволец обводит в кружочек любую цифру в результате (кроме «0», т.к. $9 \equiv 0 \pmod 9$)). Фокусник в уме легко определяет, какую цифру не назвал доброволец, ведь именно этой цифры будет не хватать для того, чтобы получился нужный цифровой корень результата.

7' Цифровой корень номера купюры равен «9» («0»). Значит, и любое число, составленное из цифр номера купюры, будет иметь тот же цифровой корень. И на какое бы число оно не было умножено, у результата всё равно цифровой корень будет равен «9» («0»). Дальше фокусник поступает так же, как в №7.

7'' Чтобы получился этот фокус, фокуснику нужно обязательно взглянуть на номер купюры добровольца, чтобы найти цифровой корень, а перед тем, как доброволец начал складывать все новые числа, взглянуть на них, чтобы узнать их количество. Зная всё это, он легко может найти цифровой корень результата и показать эффектный фокус (как в №7).

8 После умножения любого натурального числа на 9 цифровой корень результата будет равен «9» («0»). Доброволец прибавляет свой возраст и называет все цифры полученного числа. Фокусник определяет цифровой корень возраста добровольца, составляет числовой ряд, добавляя к цифровому корню 9 до тех пор, пока полученное число не приблизится к оцененному фокусником возрасту добровольца. Это и будет искомое значение.

Например, добровольцем вызвалась дама лет сорока, после проделанных вычислений называет цифры: «5, 3, 8». Фокусник находит цифровой корень: $5+3+8=16 \rightarrow 1+6=7$. Составляет числовой ряд, добавляя девятки к цифровому корню: 7, 16, 25, 34, 43, 52, 61… Вновь взглянув на даму, фокусник приходит к выводу, что из всех чисел ряда ближе всего к возрасту добровольца подходит число 43. Ещё раз прикинув, что для 52-х она слишком молода, а для 34 выглядит слишком старой, фокусник объявляет, что возраст добровольца равен 43 года. В случае ошибки (ведь это приблизительный метод), можно отпустить даме комплемент, как хорошо выглядит дама, и, что ещё её красота просто сбили его с толку.

9 На самом деле этот фокус не математический, а психологический.

Обычно, когда просишь человека назвать нечётное число в диапазоне от 1 до 5 включительно, он называет «3». Если просишь назвать нечётное число в диапазоне от 0 до 10, человек называет «7». Эти два вопроса можно использовать для отбора наиболее подходящего для фокуса добровольца.

Далее задание: «Загадайте двухзначное число в диапазоне от 0 до 50 такое, чтобы обе его цифры были нечётные и неравны друг другу.» Таких чисел будет всего 8: 13, 15, 17, 19, 31, 35, 37, 39. Но вероятность своей удачи в фокусе можно увеличить, если, не дав опомнится добровольцу, начать разъяснять ему какое число правильное, а какое нет. «Вот, например, 11 загадывать нельзя, потому что «1» и «1» равны друг другу, а 13 можно — «1» не равно «3».». После того, как фокусник назвал «13» его уже не загадывают (осталось 7 чисел). А еще, таким образом, фокусник настраивает добровольца отказаться от второго десятка, а обратиться к четвертому.

Итак, при заданных условиях доброволец, как правило, выбирает число «37». Ещё один часто встречаемый выбор — «35». Вот свои две попытки фокусник использует на эти два числа. Если фокус удался, можно продолжить.

Фокусник просит: «Загадайте двухзначное число в диапазоне от 50 до 100 такое, чтобы обе его цифры теперь уже были чётные, но так же неравны друг другу.». Их также будет восемь, но, как правило, загадывают числа «68» или «86».